文章编号:1000-7202(2016) 06-0013-07 中图分类号:TP274 文献标识码:A

非接触位移测量中参考点抖动影响的补偿方法

鲁 颂[1] 李 涛[2] 林志俊[2] 蔡 萍[1,3] 吉小军[1,3]
(1.上海交通大学电子信息与电气工程学院,上海 200240;
2.中国船舶重工集团公司第 704 研究所,上海 200310;
3.上海智能诊疗仪器工程技术研究中心,上海 200240)

摘 要 针对用非接触 3D 光学位移测试系统进行结构动位移形变测试时,测试参考点会发生抖动而影响测试结果的现实难题,提出在用光学位移测试系统测试结构动位移的同时,利用 3D 加速度传感器同步测试参考点的振动加速度进而获得参考点的 3D 振动位移,然后用参考点的 3D 振动位移去修正光学位移测试系统的测量结果,从而提高测量精度的测试和处理方法。论文重点对如何通过振动加速度获得准确的参考点 3D 振动位移和如何通过参考点的 3D 振动位移来修正 3D 光学位移测试系统测量输出的方法和算法进行了研究、仿真和实际测试验证。仿真和实验结果表明,本文提出的测试方法和算法可以有效补偿动位移直接测量中因参考点抖动而引入的测量误差,显著提高测量精度。

关键词 3D 位移 测量 振动误差 数字补偿

The Compensation Method for the Effect of the Reference Point's Jitter in Non-contact Displacement Measurement

LU Song[1] LI Tao[2] LIN Zhi-jun[2] CAI Ping[1,3] JI Xiao-jun[1,3]
(1. School of Electronic Information and Elecrical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240;
2. 704th Research Institute of China Shipbuilding Industry Corp, Shanghai 200310;
3. Shanghai Engineerng Research Center for Intelligent Diagnosis and Treatment Instrument, Shanghai 200240)

Abstract During three-dimensional vibration displacement measurement based on optical devices, the reference point of the optical measurement system must remain stationary. It is difficult to satisfy this condition in field tests. To solve this problem, a compensation method was presented to amend the influence of small vibrations of the reference point. The displacement of the reference point can be obtained from its acceleration signal at first, and the correction matrixes for target displacement are derived for compensating the measurement errors caused by the shaking of the reference point. The data processing algorithm to convert acceleration signal to displacement signal is presented, and the effectiveness of this algorithm is verified by simulation of composite sinusoidal signals and damped decaying vibration signals with random white noise. The theory and calculation procedure for correction matrixes derived from displacement of the reference point are comprehensively discussed. The experimental measurement system was built using two sets of NDI Optotrak Certus System and one 3D capacitive accelerometer, which is

收稿日期:2015-10-22
作者简介:鲁颂(1992-),男,硕士研究生,主要研究方向:测试、计量和信号处理。

used to verify the theory and method proposed in the paper. Measurement results with data processing show that this method can effectively compensate and correct the measurement errors due to vibrations of the reference point, thus improved measurement accuracy is expected.

Key words 3D Dynamic displacement Measurement Vibration effects Compensation

1 引 言

振动位移的准确测量在工程实践中具有非常重要的意义,如土木工程中用振动位移来监测和评估大型结构的安全性; 雷达工作时,需要对雷达天线阵面在振动环境下的位移响应(平面度)进行实时监测以对雷达目标的方位精度进行评估;对于旋转机械经常用位移量确定其失衡情况;飞机风洞实验中用振动位移来监测和评估机翼的形变和应力载荷等等[1]。目前对振动位移的测试方法主要有两种:一种是非接触式测量,利用涡流、光纤、激光等位移传感器直接测出结构的振动位移[2],这种方法具有测量精度高、频带宽的优点,但该方法要求在被测点附近必须有可安装传感器的刚性基础,且测得的振动位移是传感器与被测点的之间的相对位移。另一种是接触式测量,将加速度传感器直接安装在结构需要测量的部位,测得该点的加速度,然后将加速度信号两次积分后得到振动位移信号[3],该方法理论上简单方便,得到的振动位移为绝对位移,但由于测试上的原因,所测得的加速度信号存在直流趋势和高频噪声,经二次积分后,位移振幅值将产生严重偏移趋势项,极大地影响测量的准确程度,因此这种方法实现起来并非易事,需要采取合适的处理算法进行校正或修正,且只能用于较小量程范围的振动位移测试[4]。

本文针对 NDI Optotrak 3D 运动扑捉系统测试动位移形变时,测试参考点(测量主机)抖动而影响测试结果的现实难题,提出在用 Optotrak 系统测试动位移的同时,利用 3D 加速度传感器同步测试参考点(测量主机)的三维振动加速度进而通过积分获得参考点的 3D 振动位移,然后用参考点的 3D 振动位移去修正 NDI Optotrak 系统的测量输出,从而提高测量精度的测试和处理方法。论文重点对如何通过振动加速度获得准确的参考点 3D 振动位移和如何通过参考点的 3D 振动位移来修正 Optotrak 系统测量输出的方法和算法进行了研究、仿真和实际测试验证。仿真和实验结果表明,本文提出的测试方法和算法可以有效补偿动位移直接测量中因参考点抖动而引入的测量误差,大大提高测量精度。

2 NDI Optotrak 系统参考点振动影响的数字补偿方法

NDI Optotrak 系统是目前最准确的三维运动跟踪测量系统,如图 1 所示,光学追踪系统采用位置传感器探测固定在被测对象上的红外发光标记点,位置传感器根据接收到的红外信号计算相应标记点的位置和方位坐标。因此 NDI Optotrak 系统可以用于现场三维坐标测量或运动追踪,如振动分析、动态形变、结构位移等测试。

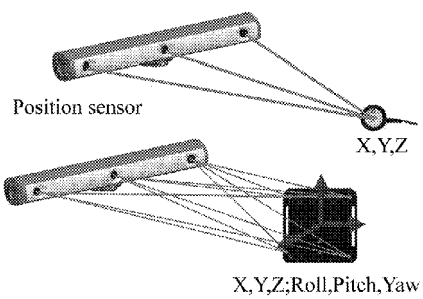


图 1 NDI Optotrak 系统测量原理图

该系统实现准确测试的前提是要求如图 1 所示带有三个 CCD 位置敏感器的测量主机在测试过程中保持静止不动,这样才能得到被测件以 CCD 位置敏感器为参考点的空间坐标位置,进而通过理论计算将其换算所需要的任意参考位置。针对诸如风洞实验等一些使用场合中测量主机存在振动的客观实际,这里提出通三维加速度传感器同步测试 Optotrak 系统参考基点振动来对被测对象测量结果进行数字补偿的技术方法。其基本思想是在用 Optotrak 系统对被测对象进行测试时,同步测试系统自身参考点的 3D 振动位移,然后从 Optotrak 系统的测试结果中减去自身参考点的振动位移,从而达到补偿和校正的目的。实现原理如图 2 所示,在测量主机上靠近中间 CCD 位置敏感器的部位(即靠近系统参考点的位置)固定

安装三维振动加速度传感器。由于测量主机的振动主要是低频分量,通过加速度积分得到位移的计算中,低频分量也起主要作用,因此加速度传感器要选择低频特性好的,同时三维振动加速度传感器的三维正交度和测量精度要高于 Optotrak 系统至少一个等级,这样可以保障补偿以后不会影响原测量系统的精度。具体实现补偿的方法和过程如下:

(1)通过加速度传感器输出积分得到的位移变量:对三维振动加速度传感器的输出进行换算运算,获得测量主机上安装加速度传感器位置的 3D 振动位移。这是实现本文补偿算法的关键,具体计算方法将在下文详细说明。

(2)通过坐标转换获得 Optotrak 系统绝对参考点的等效振动位移。

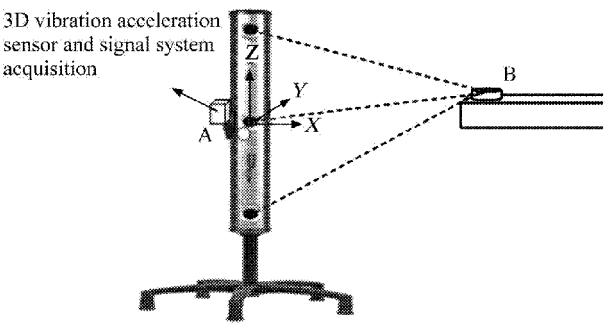


图 2　补偿原理示意图

Optotrak Certus System 默认的绝对参考点和坐标系如图 2 所示。受安装条件和工艺限制,安装时很难保障三维振动加速度传感器的坐标轴与测量主机的三维坐标轴完全重合,甚至可能会存在较大的夹角,因此通过加速度传感器获得的位移并不是 Optotrak 系统绝对参考点的位移,同时由于该测试系统的输出结果是由 3 个相对固定的位置传感器综合运算得到的,参考点的绝对抖动位移不是线性的叠加在被测对象的测试结果上,而是存在一种确定但复杂的非线性映射关系,因此需要通过标定和坐标转换从加速度传感器输出位移得到 Optotrak 系统默认的绝对参考点的 3D 等效振动位移。

设绝对参考点 O 的等效空间位移坐标为(O_x, O_y, O_z),振动加速度传感器 A 的空间位移坐标为(A_x, A_y, A_z),由于二者是同一刚体上不同位置对应不同正交坐标系的空间坐标,因此二者可以通过一个 3×3 的转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$ 联系起来,即

$$\begin{bmatrix} O_x \\ O_y \\ O_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中转换矩阵 $\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$ 的各元素值是由加速度传感器坐标轴与 Optotrak 系统坐标轴的空间夹角、坐标系的原点位置以及 Optotrak 系统自身 3 个位置敏感器的运算关系决定的。当加速度传感器安装好之后,转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$ 也就唯一确定下来了。这样就可以通过式(1)由加速度传感器的积分振动位移得到 Optotrak 系统绝对参考点的等效振动位移。

(3)利用绝对参考点的等效振动位移修正 Optotrak 系统测试结果

实际工程测试中,系统自身的参考点(测量主机)存在振动或移动,其振动位移会以一定的形式叠加在被测对象上,表现为得到的测试结果实际为被测对象振动和系统自身的参考点振动的综合,设由 Optotrak 系统测试的被测对象 B 的空间位移坐标为(B_x, B_y, B_z)。由于这里对绝对参考点的振动采用了等效振动位移的形式,所以可以通过简单的叠加运算对测试结果加以修正从而补偿系统参考点抖动对测试结果的影响,即

$$\begin{bmatrix} B'_x \\ B'_y \\ B'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_x \\ O_y \\ O_z \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中: $[B'_x, B'_y, B'_z]$ ——修正后的被测对象的空间位移坐标。

通过上述 3 个步骤即可实现对测试系统参考点抖动影响的补偿。同时也可以看出,实现该补偿的关键有两点:一是要由 3D 加速度值准确换算得到相应位置的 3D 振动位移值;二是要得到计算系统绝对参考点等效振动位移所需要的转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$。

3　由加速度求解动位移的算法研究与仿真

从原理上讲,由加速度到位移可以很容易的通

过两次积分运算得到,但实际中由于测试上的原因,所测得的加速度信号均值可能不为零,即使零均值处理后,由于在采样的一个样本中一般包含多个信号周期,信号总体上实现零均值化后,局部均值不为零的情况.同时实测加速度信号中除了有直流趋势存在外,还存在由模数转换引入的采样、量化、截断噪声以及传感器自身的迟滞、温漂和电磁噪声等。由于积分运算的误差累计效应,微小的零点漂移误差将会引起随时间增长的累计误差,该误差经过两次积分后被显著放大,往往会导致测试无效.因此必须设法去除这些误差源. 该问题也吸引了国内外许多学者参与研究并相继提出了不少算法[5~8],这些方法可以在一定程度上减小高频噪声和低频漂移对由加速度积分得到位移的影响,但都有一定的局限性。本文在深入分析、研究他人所提出的解决方法的优缺点和可能的误差原因的基础上,结合欲解决问题的实际工况和需要,利用 FFT 进行频谱分析和选择,用没有被测信息加载时的信号为基础噪声信号,通过频谱相减的办法消除与有效信号同频的噪声信号,并用频域滤波和频域、时域混合积分的办法进一步降低噪声影响,提高积分位移的准确性和可靠性。这一处理过程描述如下:

(1)实验测试时在静态工况下首先启动加速度数据采集系统,采集一段时间 t_1 之后,开始施加速度作用并继续采集时间 t_2s。

(2)可以认为开始的一段时间 t_1 中采集到的只是系统的基础噪声,对这段信号去直流后计算的频谱 A_1 是基础噪声频谱。t_2 时间采集到的是被测加速度信号和系统基础噪声的叠加,对这段信号去直流后计算的频谱 A_2 是基础噪声频谱和被测加速度信号频谱的复合,它们可能具有相同的频率分量。从 A_2 中减去 A_1 就相当于从被测信号中剔除了基础噪声信号,得到被测加速度信号频谱 A。

(3)被测加速度信号频谱 A 中仍然存在量化,随机电磁干扰等高频噪声和传感器漂移等低频噪声,同时为了避免采用一般的 FIR 数字滤波所带了的时域混叠问题,这里采用频域滤波的办法予以剔除。假设加速度信号采集频率为 f_s ,FFT 分析点数为 N,我们感兴趣的加速度频率范围在 f_1 ~ f_2。为了实现频域滤波并减小时域混叠,取

$$n_1 = \left[\frac{f_1 N}{f_s}\right] + 1 \tag{3}$$

$$n_2 = \left[\frac{f_2 N}{f_s}\right] + 1 \tag{4}$$

式中:[ ]——向上取整。令

$$\begin{cases} A(i) = A(n_1) \\ A(N-i) = conj(A(n_1)) \end{cases} \quad i = 1, \cdots, n_1 - 1$$
$$A(j) = 0 \qquad j = n_2, \cdots, N - n_2 \tag{5}$$

这种滤波方法不会引起时域混叠,其良好的效果也被其他研究这所证实[9]。

(4)考虑到时域的二次积分会产生较大的累积误差,而频域的二次积分受低频误差影响较大,如果分别在时域和频域各积分一次,则可减小这种不利影响。因此对处理后的加速度频谱信号先在频域直接积分得到速度信号的频谱 V;

(5)然后按(3)所述方法对 V 做同样的频域滤波, 对 V 逆傅里叶变换得到速度信号 v=IFFT(V)。对速度信号在时域进行积分,得到位移信号。

(6)然后再对位移信号进行一次频域滤波得到最后的位移结果。

为了验证本算法的效果以及对不同类型振动形式的适应性,本文构造了复合正弦信号,并叠加适当的白噪声,通过仿真检验算法效果。

构造频率为 3.25,10.75 和 17 的复合正弦位移信号。即真正的位移信号为:

$$s = \sin(2\pi \times 3.25t) + \sin(2\pi \times 10.75t) + \sin(2\pi \times 17t)$$

设测试的加速度信号中除了对应位移信号的加速度之外,还包括一个平均值为 0,标准偏差为 2000 的正态分布噪声和频率为 5.5Hz 的干扰信号信号,它与有效信号有同样的频带。即测试的加速度信号为

$$a = -(2\pi \times 3.25)^2 \times \sin(2\pi \times 3.25t) - (2\pi \times 10.75)^2 \times \sin(2\pi \times 10.75t) - (2\pi \times 17)^2 \times \sin(2\pi \times 17t) - (2\pi \times 5.5)^2 \times \sin(2\pi \times 5.5t) + 2\,000 \times randn(1, N)$$

假定在开始一段时间仅有噪声和干扰信号,没有有效信号。如图 3 所示。取采样频率为 512Hz,有效信号采样点数 2 048,感兴趣频率范围为1Hz~50Hz。按上述计算方法得到的有效位移曲线如图 4 所示。图中实线表示真实位移曲线,虚线表示计算得到的位移曲线,从图可以看出最大绝对误差不超过 0.02mm,最大相对误差不超过 0.55%。

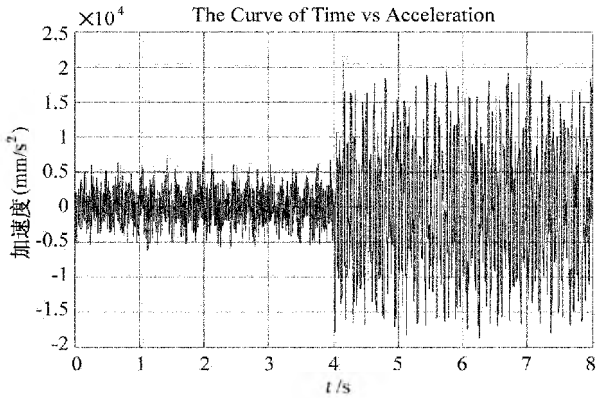


图 3　包含频率为 3.25Hz，5.5Hz，10.75Hz，17Hz 信号和白噪声的加速度信号

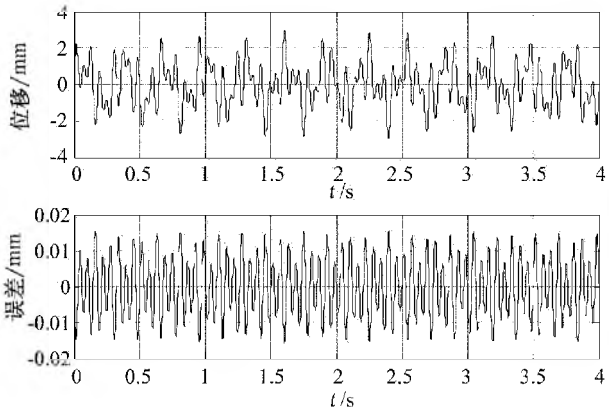


图 4　实际和理论计算的位移曲线及其误差

4　参考点等效动位移的转换矩阵与平移矩阵获取

上述研究实现了从加速度信号到位移信号的转化，但由于加速度传感器坐标系与 Optotrak 系统坐标系并不重合，为了达到补偿 Optotrak 系统参考基点抖动的目的，还需要确定加速度传感器坐标系和 Optotrak 系统坐标系之间的转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$。前面已经提到，转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的各元素值是由加速度传感器坐标轴与 Optotrak 系统坐标轴的空间夹角、坐标系的原点位置以及 Optotrak 系统自身 3 个位置敏感器的运算关系决定的。当加速度传感器安装好之后，转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$ 也就唯一确定下来了。但由于两个坐标系的空间夹角和位置无法直接测试得到，所以这两个矩阵的元素值无法直接得到，只能通过标定测试和数据处理的方法来估计。

如图 5 所示，将测量主机安放在可振动的试验台上，同时在 Optotrak 系统可测范围内安放一个固定不动的被测点 B。Optotrak 系统采用默认的坐标系统，绝对参考点 O 的初始静态坐标为(0,0,0)，被测点 B 的初始静态坐标为(B_{x0},B_{y0},B_{z0})，加速度传感器的初始速度和位移均为零。Optotrak 系统数据采集系统和 3D 振动加速度传感器数据采集系统采用同步触发，为了保证由加速度得到的位移信号的准确性，可以取加速度传感器采样频率为 Optotrak 系统采样频率的整数倍，本文研究中取 Optotrak 系统采样频率为 512Hz，加速度传感器采样频率为 2 048Hz。测试中保持被测点 B 不动，首先启动数据采集系统，延时 2s 后强迫 Optotrak Certus 测量主机在适当范围做摇摆振动，持续时间约 10s，然后停止摇动，继续采集数据 2s 后，停止测试。然后按以下步骤进行处理：

(1)由 Optotrak 系统采样数据得到表征被测点 B 空间运动的 3D 动态位移坐标系列 B (B_{xi},B_{yi},B_{zi})，这里下标 $i(i=0,1,\cdots,N)$ 表示第 i 个采样点。

(2)对加速度传感器输出数据按本文第 2 部分所述方法进行处理和运算，得到振动加速度传感器 A 的 3D 动态位移坐标系列 A (A_{xi},A_{yi},A_{zi})，这里上标 $i(i=0,1,\cdots,N)$ 表示与 Optotrak 系统对应时刻的第 i 个位移值。

(3)我们知道在测试过程中，被测点 B 实际并没有任何运动，它的空间坐标应保持初始值(B_{x0},B_{y0},B_{z0}) 不变，Optotrak Certus System 测试得到的 B 点的动位移实际是由于测试参考点的运动造成的，因此根据式(2)应有

$$\begin{bmatrix} B_{x0} \\ B_{y0} \\ B_{z0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xi} \\ B_{yi} \\ B_{zi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{xi} \\ O_{yi} \\ O_{zi} \end{bmatrix} \quad (i=1,2,\cdots,N) \qquad (6)$$

式中：(O_{xi},O_{yi},O_{zi}) ——绝对参考点的动位移系列，根据式(1)，有

$$\begin{bmatrix} O_{xi} \\ O_{yi} \\ O_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{xi} \\ A_{yi} \\ A_{zi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (i=1,2,\cdots,N) \qquad (7)$$

把(7)式代入(6)式得到

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{xi} \\ A_{yi} \\ A_{zi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xi} \\ B_{yi} \\ B_{zi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{x0} \\ B_{y0} \\ B_{z0} \end{bmatrix} (i=1,2,\cdots,N) \qquad (8)$$

(4)利用最小二乘法确定式(8)中的转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$。

(5)通过重叠分段提高测试数据利用率和参数估计精度。

5 实验验证

为了验证本文提出的补偿方案的可行性和实际效果,我们构建了如图 5 所示的实验验证系统,所采用的实验设备包括:(1)两套非接触三维振动位移测试系统 NDI Optotrak 系统;(2)三维振动加速度传感器及信号采集装置,本研究中采用 Kistler′s 8393B10 电容式三维加速度传感器,为了便于安装,加速度传感器放置在了测量主机的顶部平台。

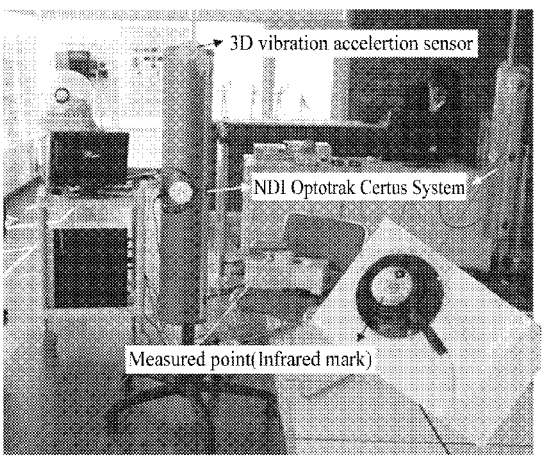


图 5 实验系统图

实验过程:

(1)保持被测点静止,对测量主机施加低频随机振动,同步测量加速度值及其 Optotrak Certus System 位移值。对于本实验系统,按本文第三部分所述过程确定的转换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和平移矩阵 $\boldsymbol{M}$ 为

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} 0.023\ 1 & -0.584\ 5 & -3.466\ 3 \\ -1.819\ 5 & -1.093\ 7 & -1.754\ 2 \\ 0.639\ 5 & -0.038\ 6 & -1.779\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}=[-6.370\ 9 \quad 2.506\ 6 \quad -4.738\ 3]$$

(2)用两套 Optotrak C 系统同时对被测点进行测试。测试时一套 Optotrak Certus System 主机保持静止,把其测试结果作为被测点的标准位移 $s_o(t)$。对另一套 Optotrak 系统主机和被测点施加低频随机振动,同步测试和记录该 Optotrak 系统的输出值和加速度值。然后按本文方法进行处理得到补偿后的被测点位移曲线 $s(t)-s_o(t)$,并将其与标准位移曲线 D 做比较。

实验结果:

图 6 所示为由静止不动的 Optotrak 系统测试到的被测点的标准空间位移曲线 $s_o(t)$。图 7 所示为由存在随机振动的 Optotrak Certus System 测试到的被测点的空间位移曲线。图中用 Red、Green 和 Blue 颜色分别代表 x, y 和 z 三个坐标方向。很明显可以看出,由于测量主机的随机振动,给测量结果中引入了很大的测量误差,导致测试结果无效。

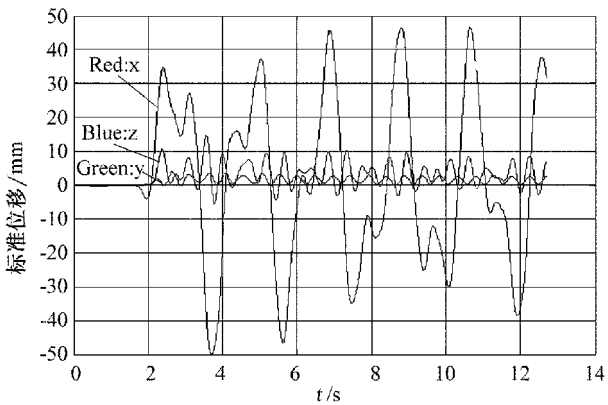


图 6 被测点的标准位移曲线

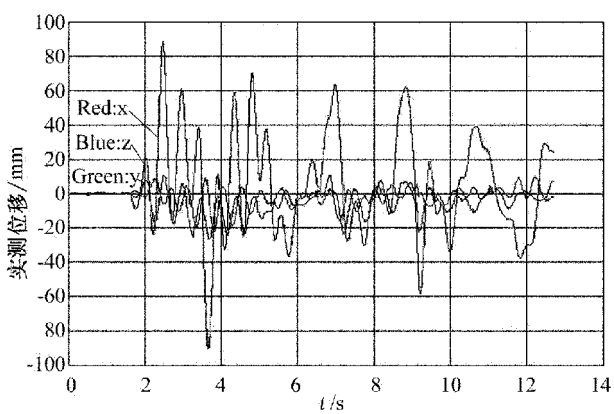


图 7 包含误差的被测点的实测位移曲线

图 8 所示为实际测试的被测点位 $s(t)$(如图 7 所示)通过本文所述的补偿校正后得到的修正结果 $s(t)-s_o(t)$。比较标准曲线以及补偿前后的测试曲线,可以看出补偿后的曲线与标准曲线吻合很好。图 9 所示为补偿后的曲线与标准曲线的残留误差。通过曲线轮廓和细节比对可以看出通过本文的处理方法,在很大程度上的消除了参考点抖动对测试结果的影响。

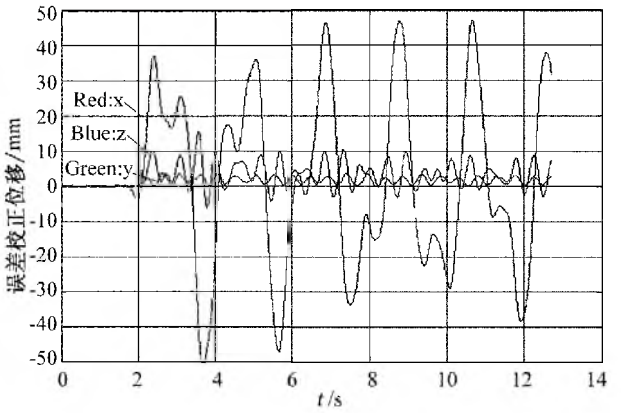


图 8　误差校正后的被测点位移曲线

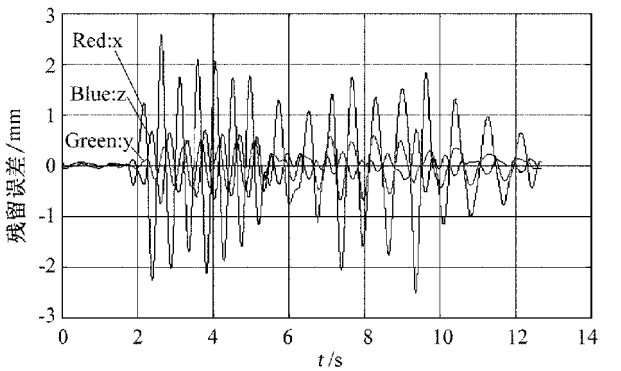


图 9　补偿后的残留误差曲线

6　结束语

针对利用光学系统进行非接触 3D 振动位移测试工作中，在有些工况下难以满足测试系统参考点保持静止的测试条件要求，本文提出通过同步测试系统参考点的 3D 振动加速度，由加速度信号得到参考点的 3D 振动位移信号，然后由参考点的 3D 振动位移信号通过坐标转换的方法得到被测点 3D 位移信号的修正分量，从而实现对由于测试基准抖动而引起的测试误差的补偿和校正。实现本文所述补偿校正方法的关键在于由加速度得到可靠位移的算法以及文中所述的转换矩阵和平移矩阵的可靠获取。论文研究了由振动加速度信号得到振动位移信号的数据处理算法，并通过仿真验证了所用算法对的适用性。针对所提出的补偿方案，论文采用 NDI Optotrak 系统搭建了测试实验系统，对所提出的理论和方法进行了实际的测试、数据处理、分析比对等验证工作。实验和分析结果表明，本文所提出的测试和数据处理方法，可以有效补偿动位移直接测量中因参考点抖动而引入的测量误差，显著提高测量精度。

参考文献

[1] Bowness D, Lock AC, Powrie W, Priest J, Richards DJ. Monitoring the dynamic displacements of railway track. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit 2007;221(1): 13~22.

[2] Thong YK, Woolfson MS, Crowe JA, Hayes-Gill BR, Challis R. Dependence of inertial measurements of distance on accelerometer noise. Measurement Science and Technology 2002;13(8):1163~72.

[3] Michalski, A., Sawicki, D. The new approach to an optical noncontact method for small displacement measurements, IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, V7, N3, 76~82, 2004.

[4] Yao XueFeng, Meng LiBo; Yu LiuPing; Zhu YiMing; Jiang ChunYan. 3D optical measurement of relative displacement for the tuberosities in the shoulder prosthesis, Science in China Series G (Physics, Mechanics and Astronomy), V54,N4, 647~52, April 2011.

[5] Germaneau, A., Doumalin, P., Dupre′, J.-C., etc, Full 3D displacement field measurement by optical scanning tomography and PIV tomography, EPJ Web of Conferences, ICEM 14 - 14th International Conference on Experimental Mechanics, V6, 35001 (8 pp.), 2010.

[6] Usuki, S., Enami, K.; Hiraki, M.; Takahashi, S.; Takamasu, K. Theoretical analysis and basic experiments for the 3D displacement measurement using ring-shaped laser beam. Key Engineering Materials, V295~296, 295~300, 2005.

[7] Stiros SC. Errors in velocities and displacements deduced from accelerographs: an approach based on the theory of error propagation. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 2008,28(5):415~20.

[8] Coelho, B., Hölscher, P., Barends, F. Enhancement of double integration procedure through spectral subtraction, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(4):716~722.

[9] Ribeiro, J.G.T., Castro, J.T.P. & Freire, J.L.F., Filtering in frequency domain to avoid time aliasing, Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference, Los Angeles, California, 2002.